Números racionais

9 junho 2022

Maria Helena Martinho

FUNDAÇÃO CALOUSTE GULBENKIAN

Universidade do Minho
Instituto de Educação

IE UMinho 47 anos
1975 | 2022

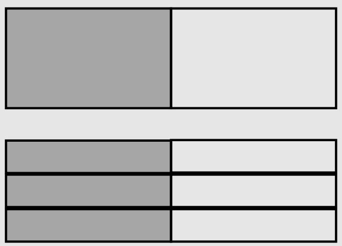
5. Comparação de frações e decimais

Frações equivalentes

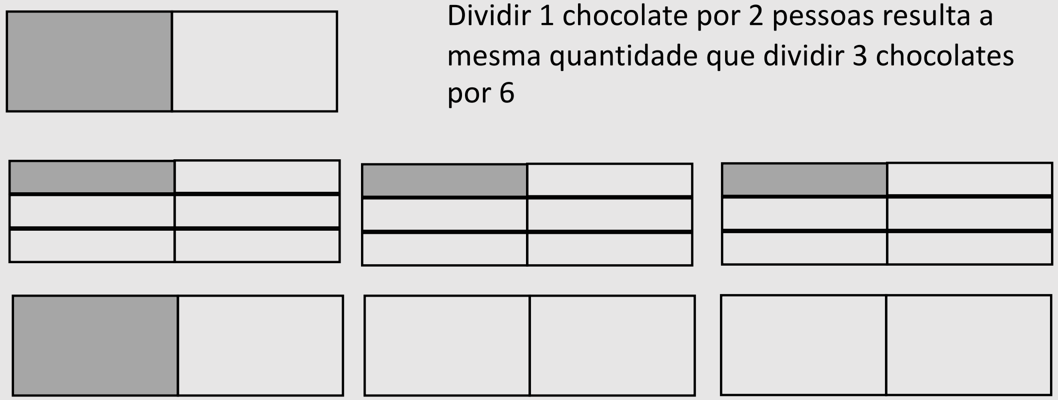
Duas frações distintas que correspondem a uma mesma parte de um todo são frações equivalentes

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$$

Meio chocolate é o mesmo que 3/6 de chocolate



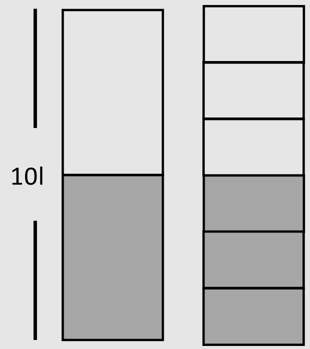
parte-todo



Dividir 1 chocolate por 2 pessoas resulta a mesma quantidade que dividir 3 chocolates por 6

quociente

½ de 10 litros é o mesmo que 3/6 de 10 litros



operador

(Yánez et al., 2016)

Algumas dificuldades na comparação de frações

Vejamos por exemplo

$$\frac{10}{3} = \frac{20}{6}$$

Concordam?

Se calcularmos 10:3 e 20:6 obtemos o mesmo quociente mas restos diferentes

$$\begin{array}{r|l} 10 & 3 \\ \hline 1 & 3 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 20 & 6 \\ \hline 2 & 3 \end{array}$$

restos 1 e 2

10= 3 x 3 + 1

20= 6 x 3 + 2

Que argumentos podemos dar aos alunos para explicar esta diferenças dos restos?

Uma fração equivalente a 10/3 cujo numinador seja 50, qual será o resto?

Algumas dificuldades na comparação de frações

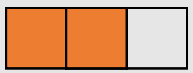
Comparar frações com o **mesmo denominador** é simples, basta comparar os numeradores

$$\frac{2}{3} < \frac{5}{3}$$

Genericamente,

Se a < b então $\frac{a}{d} < \frac{b}{d}$ sendo $d \in \mathbb{N}$

$\frac{2}{3}$



$\frac{5}{3}$

Algumas dificuldades na comparação de frações

Comparar frações com o **mesmo numerador** pode causar confusão, por exemplo

$$\frac{2}{7} \quad \text{e} \quad \frac{2}{3}$$

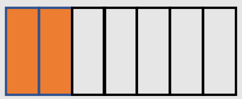
Podem assumir que a primeira é maior porque 7 > 3.

Este erro revela que a representação fraccionária ainda não está compreendida

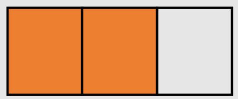
Mas devem refletir sobre as partes em que o todo é dividido. Dividindo a unidade em 7 partes, cada parte é menor do que se dividir a unidade em 3 partes

Se a < b então $\frac{n}{b} < \frac{n}{a}$ sendo $n \in \mathbb{N}$

$\frac{2}{7}$



$\frac{2}{3}$



Algumas dificuldades na comparação de frações

Comparar frações com o **numerador e denominador distintos**, é mais complicado

$$\frac{7}{3} \quad \text{e} \quad \frac{5}{4}$$

O processo é arranjar uma fração equivalente a cada uma de forma que tenham o mesmo denominador

$$\frac{7}{3} = \frac{14}{6} = \frac{21}{9} = \frac{28}{12} = \frac{35}{15} \qquad \frac{5}{4} = \frac{10}{8} = \frac{15}{12} = \frac{20}{16} = \frac{25}{20}$$

Algumas dificuldades na comparação de frações

Comparar frações com o **numerador e denominador distintos**, é mais complicado

$$\frac{7}{3} \quad \text{e} \quad \frac{5}{4}$$

O processo é arranjar uma fração equivalente a cada uma de forma que tenham o mesmo denominador

$$\frac{7}{3} = \frac{14}{6} = \frac{21}{9} = \frac{28}{12} = \frac{35}{15} \qquad \frac{5}{4} = \frac{10}{8} = \frac{15}{12} = \frac{20}{16} = \frac{25}{20}$$

então podemos comparar as frações $\frac{28}{12}$ e $\frac{15}{12}$ e conclui-se que

$$\frac{28}{12} > \frac{15}{12} \quad \text{ou seja,} \quad \frac{7}{3} > \frac{5}{4}$$

Algumas dificuldades na comparação de frações

Comparar frações com o **numerador e denominador distintos**, é mais complicado

$$\frac{7}{3} \quad \text{e} \quad \frac{5}{4}$$

O 12 a que chegamos é o mínimo múltiplo comum de 3 e 4, que se escreve m.m.c.(3,4)=12

Algumas dificuldades na comparação de decimais

Comparar números decimais nem sempre é fácil

A comparação passa por comparar as unidades da mesma ordem, começando pela parte inteira.

3,25 > 2,25 porque 3 > 2. Do mesmo modo, 3,25 > 2,75 dado que 3>2

Se a parte inteira for igual a comparação vai ser feita pelas décimas, em seguida pelas centésimas e assim sucessivamente.

3,25 < 3,75 porque 2<7 comparando as décimas

Algumas dificuldades na comparação de decimais

Por vezes surgem dificuldades para as crianças na comparação

Por exemplo: 3,15 e 3,2

As crianças ao verem que 15 > 2 concluem erradamente que 3,15 é maior. Também podem olhar e ver que se tem mais algarismos então é porque é maior, aplicando o raciocínio dos inteiros

A marcação dos números na reta numérica ajuda a estabelecer comparações nos números pela sua localização

Algumas dificuldades na comparação de decimais

Por vezes confundem décimas e centésimas

7,5 com 7,05

Deve ler-se “sete unidades e cinco décimas e sete unidades e cinco centésimas”

Ao adicionar uma centésima ao número 49,09 colocam, por vezes, 49,010 ou mesmo, 50, revelando falta de entendimento do sistema decimal

Entre 0,1 e 0,2 assumem, por vezes, que não há números racionais. A sequência discreta dos inteiros pode causar este erro

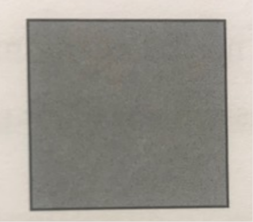
Outras dificuldades

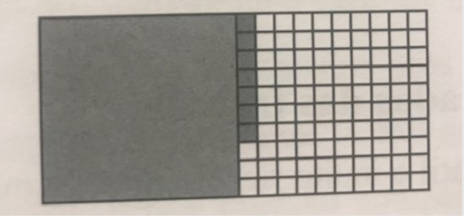
Por vezes assumem que

$$\frac{1}{2} = 1,2$$

Revela que não atribuem significado às representações

Ao considerar que o quadrado representa a unidade, a segunda imagem representa 1,7. Assumindo cada quadradinho como uma décima e não uma centésima

1 

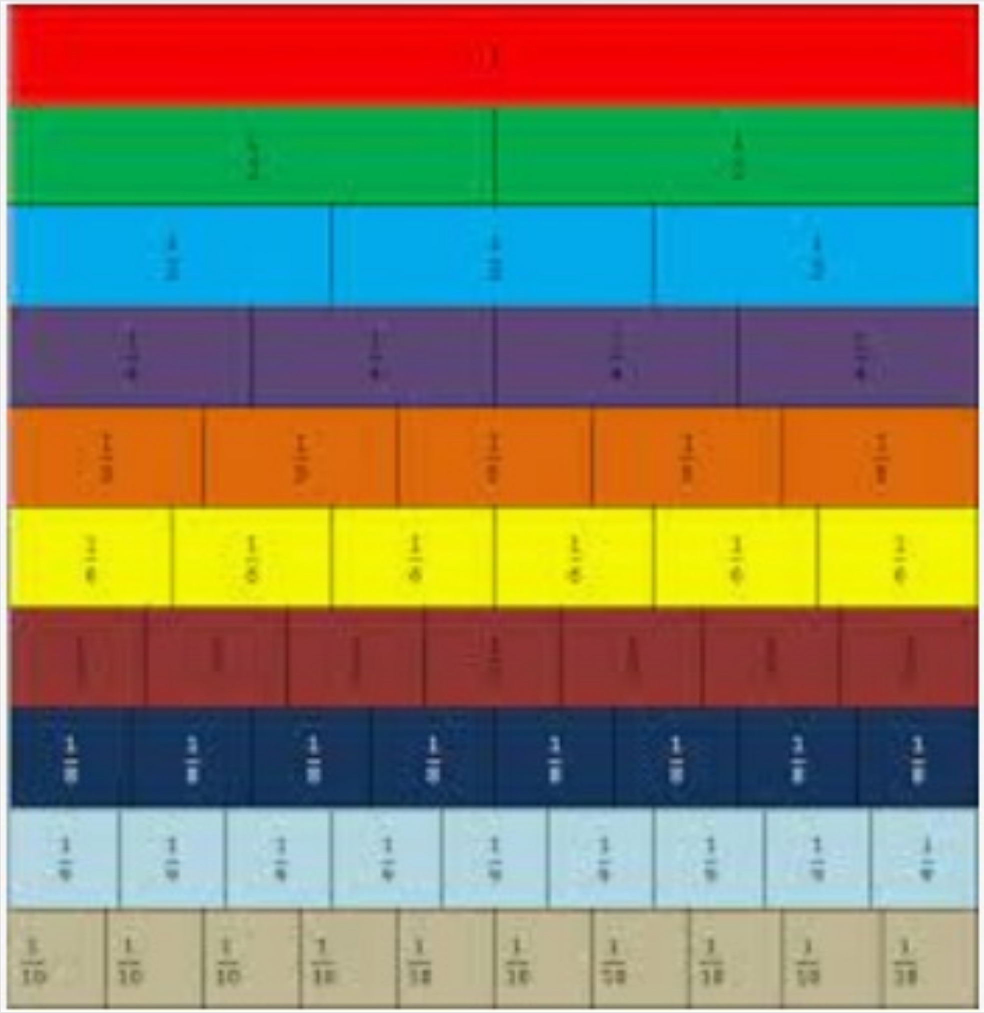
1,07 

Outras dificuldades

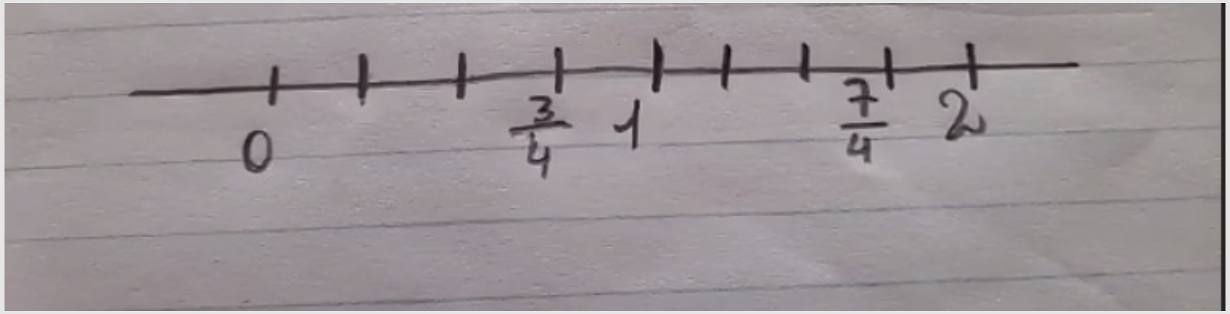
Parte inteira							Parte decimal	
Classe dos milhares			Classe das unidades					
Centena	Dezena	Unidade	Centena	Dezena	Unidade		Décima	Centésima
						,		

6. Tarefas

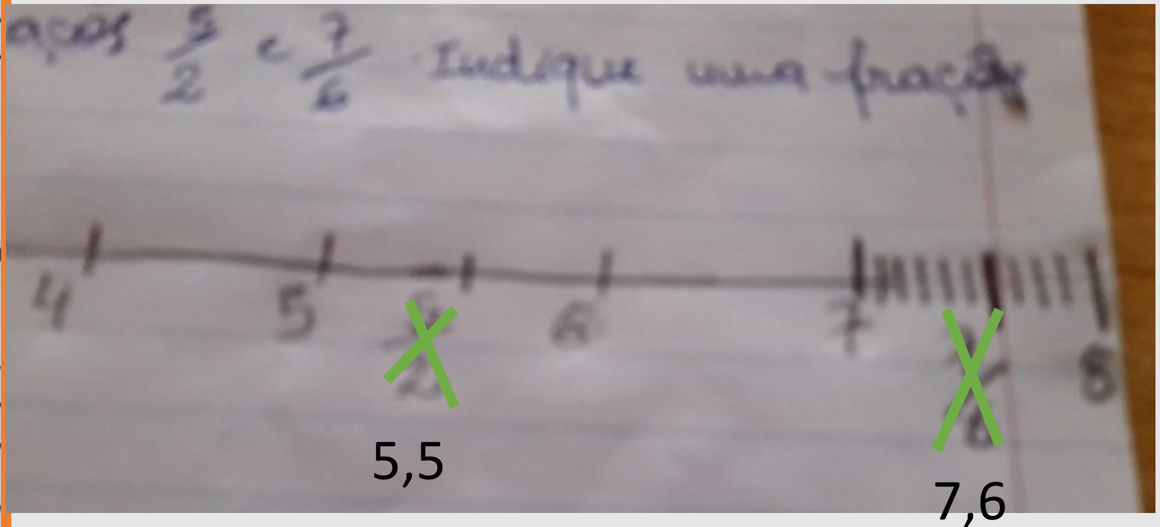
Quando pretenderem, utilizem o diagrama de Freudenthal



1. Localize as frações 3/4 e 7/4 na reta numérica. Explique como fez.



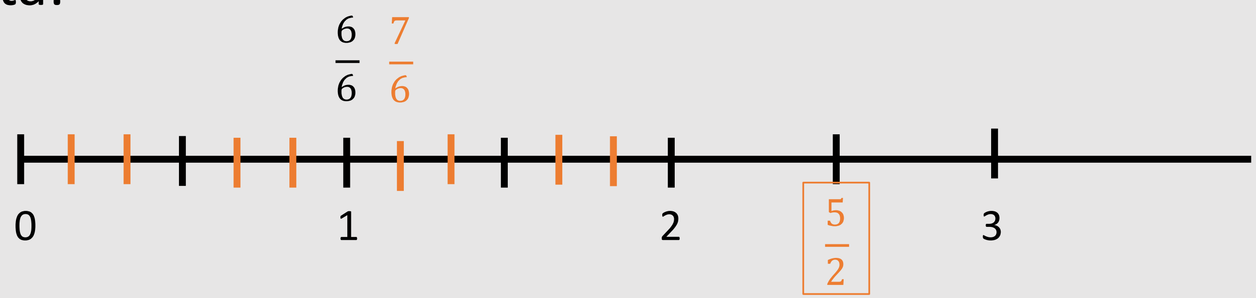
2. Localize na reta as frações 5/2 e 7/6. Indique uma fração entre elas.



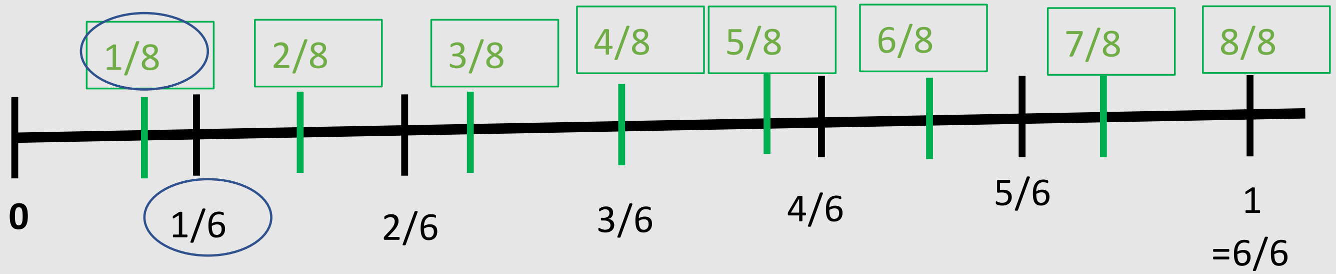
Este é um exemplo das confusões comuns:

$\frac{5}{2} \neq 5{,}5$ e $\frac{7}{6} \neq 7{,}6$

Resposta correta:



3. Identifique três frações entre 1/6 e 1/8.



Resposta possível:

1/7, **5/32** e **4/25** são frações maiores que 1/8 e menores que 1/6.

1/7= 0,1428 5/32 = 0,15625 4/25 = 0,16

Vejamos:

1/8 = 2/16 = 3/24 = 4/32 ... = 0,125

1/8 = 4/32, como 4/32 < 5/32, vejamos de se 5/32 é menor do que 1/6

1/6 = 5/30 comparando 5/32 com 5/30, sabemos que 5/32 <5/30, logo

1/8 =4/32 < 5/32 < 5/30 = 1/6, logo 5/32 é uma solução

1/6 = 2/12 = 3/18 = 4/24 = 0,1(6)

3. Identifique três frações entre 1/6 e 1/8.

1/7, **5/32** e **4/25** são frações maiores que 1/8 e menores que 1/6.

Vejamos:

1/7= 0,1428 5/32 = 0,15625 4/25 = 0,16

1/8 < **1/7** < 1/6

Frações equivalentes a 1/8: 1/8 = 2/16 = 3/24 = 4/32 = ... = 0,125

Frações equivalentes a 1/6: 1/6 = 2/12 = 3/18 = 4/24 = ... = 0,1(6)

1/8 = 4/32 e sabemos que 4/32 < 5/32 (uma parte está satisfeita)

1/6 = 5/30 comparando 5/32 com 5/30, sabemos que 5/32 <5/30 (segunda parte satisfeita) logo

4/32 < 5/32 < 5/30

1/8 < 5/32 < 1/6, logo **5/32** é uma solução

3. Identifique três frações entre 1/6 e 1/8.

1/7, **5/32** e **4/25** são frações maiores que 1/8 e menores que 1/6.

1/7= 0,1428 5/32 = 0,15625 4/25 = 0,16

Falta verificar o 4/25

Frações equivalentes a 1/8: 1/8 = 2/16 = 3/24 = 4/32 = ... = 0,125

Frações equivalentes a 1/6: 1/6 = 2/12 = 3/18 = 4/24 = ... = 0,1(6)

1/6 = 4/24 (frações equivalentes)

4/25 < 4/24 (uma parte está satisfeita)

1/8 = 4/32 e 4/32 < 4/24 (outra parte satisfeita)

4/32 < 4/25 < 4/24

1/8 < 4/25 < 1/6, logo **4/25** é uma solução

1. Localize as frações 3/4 e 7/4 na reta numérica. Explique como fez.

2. Localize na reta as frações 5/2 e 7/6. Indique uma fração entre elas.

3. Identifique três frações entre 1/6 e 1/8.

4. Ordene do menor para o maior os seguintes números:

    a) 3,25; 3,025; 3,2; 3,02

    b) 9,2015; 9,2150; 9,2215; 9,0215

5. Procura um número decimal que esteja entre 35,020 e 35,021

6. Encontre um número que seja maior que 3,3 e menor que 3,4

7. Encontre um número menor que 0,002

8. Represente num retângulo frações equivalentes a 2/3

Bibliografia

Barros, M. G., & Palhares, P. (1997). Emergência da Matemática no Jardim-de-Infância. Porto Editora.

Boavida, A. M. R., Paiva, A. L., Cebola, G., Vale, I., Pimentel, T. (2008). *A experiência matemática no ensino básico.* DGIDC- ME.

Brocardo, J., Serrazina, L., & Rocha, I. (2008) (Org.). *O sentido do número: Reflexões que entrecruzam teoria e prática*. Escolar Editora.

Greeno, J. (1991). Numer sense as situated in a conceptual domain. *Journal for Research in Mathematics Education, 22*(3), 170-217.

Pimentel, T., Vale, I., Freire, F., Alvarenga, D., & Fão, A. (2010). *Matemática nos primeiros anos: Tarefas e desafios para a sala de aula*. Educação Hoje.

Serrazina, L. (2007) (Coord.). *Ensinar e aprender Matemática no 1º Ciclo.* Texto Editores.

Tavares, D. , Pinto, H., Menino, H., Rocha, I., Rodrigues, M., Rainho, N., Cadima, R., & Costa, R. (2019). *Desafios Matemáticos: 20 anos de problemas para os primeiros anos*. ESECS, Instituto Politécnico de Leiria.

Yáñez, J. C., González, L. C. C., Rodríguez, N. C., Navarro, M. A. Montes, Ávila, D. I. E., & Medrano, E. F. (2016). Didáctica de las matemáticas para maestros de educación pprimaria. Didáctica Y Desarrollo.